



УДК 621.38

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ТЕРМИНАЛЬНОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Г. С. Бритов, канд. техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Выполнен системный анализ терминального диагностирования линейных дискретных динамических систем. В основу системного анализа положены две задачи. Первая задача связана с построением формального описания диагностирования линейных динамических систем на основе терминального управления. Вторая задача предполагает вероятностный анализ процесса терминального диагностирования. Выполнены компьютерные расчеты вероятностей состояний системы терминального диагностирования.

Введение

Терминальное диагностирование как новый метод в технической диагностике, отличающийся от известных методов тестового диагностирования тем, что тестовый режим является естественным режимом управляемых объектов, было рассмотрено в работе [1]. В качестве объекта диагностирования используется линейная дискретная динамическая система, описываемая рекуррентными уравнениями состояния. Приведены расчеты различного вида терминальных управлений, осуществляющих переход системы из известных начальных состояний в заданные конечные состояния.

Известно, что достижение любого конечного состояния системы из любого начального состояния возможно, если система управляема. Для дискретных систем расчет терминального управления основан на использовании матрицы достижимости. Поэтому в работе [1] осуществляются псевдообращение матрицы достижимости, поиск ее сингулярного вектора, а также использование двухимпульсного управления.

Системный анализ терминального диагностирования предполагает формальное описание процесса диагностирования и его вероятностный анализ. Для решения первой поставленной задачи прежде всего используется понятие абстрактной системы Месаровича [2]. Здесь должны быть сформулированы формализованные объекты процесса диагностирования и построено многоместное отношение, определяющее процесс терминального диагностирования. В результате могут быть построены различные подсистемы, детализирующие исследуемый процесс. Затем целесообразно обратиться к известному стандарту IDEF3, чтобы получить технический сценарий терминального диагностирования. Он должна состоять из PFDD- и OSTN- диаграмм для системы диагностирования [3,4].

Решение второй задачи должно быть связано с построением марковского процесса для состояний из OSTN-диаграммы. В результате должны быть рассчитаны стационарные вероятности состояний процесса диагностирования.

Формальное описание системы терминального диагностирования

Анализируемая система терминального диагностирования (СТД) включает объект диагностирования (ОД), представляющий собой линейную дискретную динамическую систему. Математическая модель ее имеет вид:

$$x(t+1) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t), x(0) = x_0, x(k) = x_k$$

$$x(t) \in R^n, u(t) \in R^m$$



Начальные и конечные состояния ОД известны. Управляемое движение от x_0 к x_k осуществляется с помощью рассчитанного разработчиками терминального управления $u(0,k-1)$. Поэтому следующим блоком СТД является генератор терминального управления. Результат тестового движения $x(0,k)$ оцениваются операторами с помощью блока диагностической процедуры, в котором реализуются диагностические признаки:

$$\Delta = x(k) - x_k$$

Если они близки к нулю, то ОД работает без дефектов, иначе имеются дефекты. Тогда может включаться процедура локализации дефекта.

Как отмечалось в работе [1], расчет терминального управления может опираться на использование матрицы достижимости:

$$u(0,k) = G^+ \cdot (x_k - A^k \cdot x_0)$$

Здесь матрица достижимости имеет вид:

$$G = [B, A \cdot B, A^2 \cdot B, \dots, A^{k-1} \cdot B]$$

Если начальные и конечные состояния нулевые, то расчет основывается на определении сингулярного вектора для нулевого сингулярного числа матрицы достижимости:

Приведенное описание терминального управления ОД позволяет выполнить системный анализ СТД. Для этого используем определение абстрактной системы Месаровича. Построим четыре формальных объекта:

- D – множество данных, включая исходные соотношения, начальные x_0 и конечные x_k состояния, сигналы $u(t)$, $x(t)$, Δ , определяющие работу СТД.
- W – множество единиц работы, или операций в сценарии системы.
- U – множество пользователей, включая разработчиков и операторов.
- R – множество правил выполнения операций сценария.

Формально СТД представляет собой пятиместное отношение:

$$S \subset D \times W \times D \times U \times R$$

Абстрактная система S, следовательно, имеет порядок 5. По теореме Месаровича такая система может быть декомпозирована на 3 подсистемы 3-го порядка:

$$S_1 \subset S \times W \times Z_1$$

$$S_2 \subset Z_1 \times W \times Z_2$$

$$S_3 \subset Z_2 \times U \times R$$

Здесь композиционные множества Z_1 , Z_2 считаются новыми формальными объектами – состояниями абстрактной системы.

Другой подход к декомпозиции абстрактной системы связан с использованием операции проектирования:

$$S_4 = \text{Pr}_{123} S \subset D \times W \times D$$

$$S_5 = \text{Pr}_{24} S \subset W \times U$$

$$S_6 = \text{Pr}_{45} S \subset U \times R$$

Предложенные подсистемы можно характеризовать следующим образом:

- S_1 – начальная обработка данных.
- S_2 – работа операций процесса диагностирования.
- S_3 – описание деятельности пользователей по указанным правилам.
- S_4 – характеристика вход-операция-выход.
- S_5 – распределение пользователей по операциям процесса.
- S_6 – указания пользователям.



Структуризация данных абстрактной системы:

$$S_7 = Pr_1 S \subset D$$

$$S_8 = Pr_3 S \subset D$$

$$S_9 = S_7 \cap S_8$$

Здесь подсистемы можно характеризовать данные следующим образом:

- S_7 – входные данные.
- S_8 – выходные данные.
- S_9 – внутренние данные системы.

Таким образом, системный анализ позволил детализировать исследуемую СТД как абстрактную систему.

Теперь можно построить наглядное описание системы. Для этого целесообразно использовать методологию стандарта IDEF3. С ее помощью создается сценарий исследуемого процесса. Он состоит из диаграмм двух видов. Первый вид диаграмм – это PFDD-диаграммы (Process Flow Description Diagrams), в которых показано взаимодействие операций процесса.

Получить представление об этих диаграммах можно, если использовать формальные объекты СТД. Сценарий процесса диагностирования описывается четырехместным отношением следующего вида:

$$sc \subset W \times W \times U \times R$$

Элемент сценария

$$sc_i = (W_i \times W_j \times U_k \times R_m) \in sc$$

означает, что операция W_j следует за операцией W_i , которая выполняется пользователем U_k по правилам R_m .

На рис.1 показана PFDD-диаграмма процесса терминального диагностирования. Четыре операции следуют друг за другом. С помощью перекрестков О-слияния и Х-разветвления образуются обратная связь и получение альтернативных сообщений о результатах диагностирования.

Внешние ссылки определяют пользователей системы. Ими служат разработчик и оператор. Здесь же используется и динамический объект как ОД.

Второй вид диаграмм в сценарии – это OSTN-диаграммы (Object State Transition Network). Они предлагают стратегии описания процесса как последовательности изменений состояний объекта, над которым выполняются определенные действия. OSTN-диаграммы дают возможность графически представить, как одни состояния процесса переходят в другие его состояния. Это дает возможность выполнить, например, вероятностный анализ процесса, происходящего в исследуемом объекте.

При разработке OSTN-диаграммы удобно применить таблицу переходов, в которой собраны данные о событиях и состояниях процесса. Некоторое событие E_i может произойти или не произойти. В первом случае примем результат события $E_i=1$, во втором – $E_i=0$. Конкретный набор результатов событий $(E_1, E_2, \dots, E_n)$ соответствует состоянию S_j . Очевидно, число наборов, а, следовательно, и число состояний должно быть равным 2^n . При построении таблицы переходов важно отметить предыдущее состояние S_k процесса. Поэтому число строк этой таблицы должно быть 2^{n+1} . Благодаря знанию числа строк таблицы переходов появляется гарантия не потерять какие-либо состояния бизнес-процесса. Но его анализ позволяет сократить объем таблицы переходов. Множество наборов можно разбить на два подмножества: допустимые и недопустимые наборы исследуемого бизнес-процесса. Тогда число строк таблицы переходов может быть сокращено существенным образом.

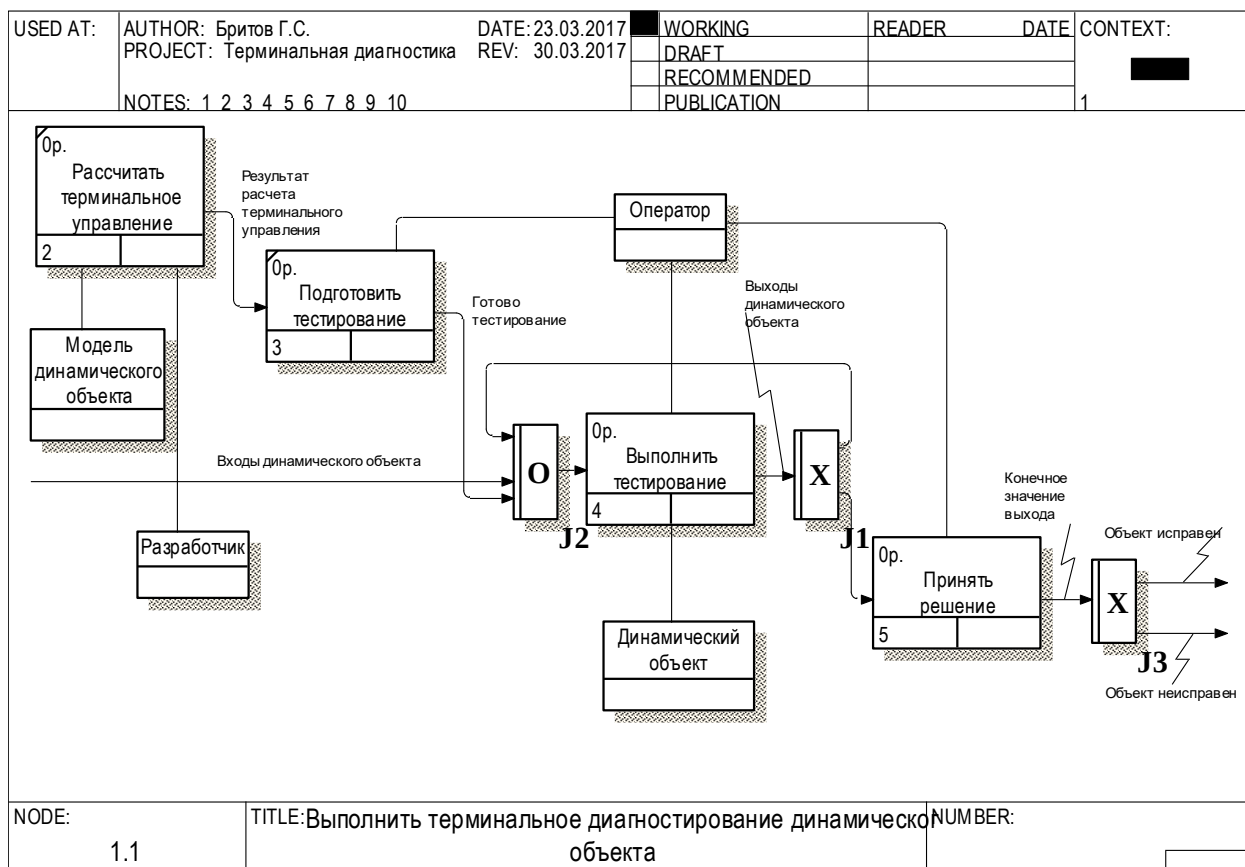


Рисунок 1 - PFDD-диаграмма процесса терминального диагностирования

Итак, переход $C_k \rightarrow C_j$ осуществляется под влиянием результатов событий ($E_1, E_2, \dots, E_n$). Рассмотрим PFDD-диаграмму процесса диагностирования, показанную на рис 1. Можно говорить о пяти следующих событиях:

- E_1 – выполняется операция «Рассчитать терминальное управление».
- E_2 – выполняется операция «Подготовить тестирование».
- E_3 – выполняется операция «Выполнить тестирование».
- E_4 – выполняется операция «Принять решение» об исправности объекта.
- E_5 – выполняется операция «Принять решение» о неисправности объекта.

Так, при $E_1 = 0, E_2 = 0, E_3 = 0, E_4 = 1, E_5 = 1$ принимаются решения либо об исправности либо неисправности объекта. Результаты указанных событий приводят к пяти состояниям:

- C_1 – СТД готова к работе.
- C_2 – СТД тестирует объект.
- C_3 – Тест прошел успешно.
- C_4 – Тест прошел неуспешно.
- C_5 – СТД завершила работу.

Таблица переходов состояний СТД приведена ниже.

Следовательно, OSTN-диаграмма будет иметь вид, показанный на рис.2. Все пять состояний имеют собственные переходы. Это соответствует первым пяти строкам таблицы. Разветвлениям в диаграмме соответствуют две пары одинаковых строк в таблице.



События в системе					Состояния системы	
E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	Предыдущее	Следующее
1	0	0	0	0	C_1	C_1
0	1	0	0	0	C_2	C_2
0	0	1	0	0	C_3	C_3
0	0	0	1	0	C_4	C_4
0	0	0	0	1	C_5	C_5
1	1	0	0	0	C_1	C_2
0	0	1	1	0	C_2	C_3
0	0	1	1	0	C_2	C_4
0	0	0	1	1	C_3	C_5
0	0	0	1	1	C_4	C_5

Переходы в диаграмме отмечены вероятностями. Это связано с тем, что целесообразно выполнить вероятностный анализ работы СТД.

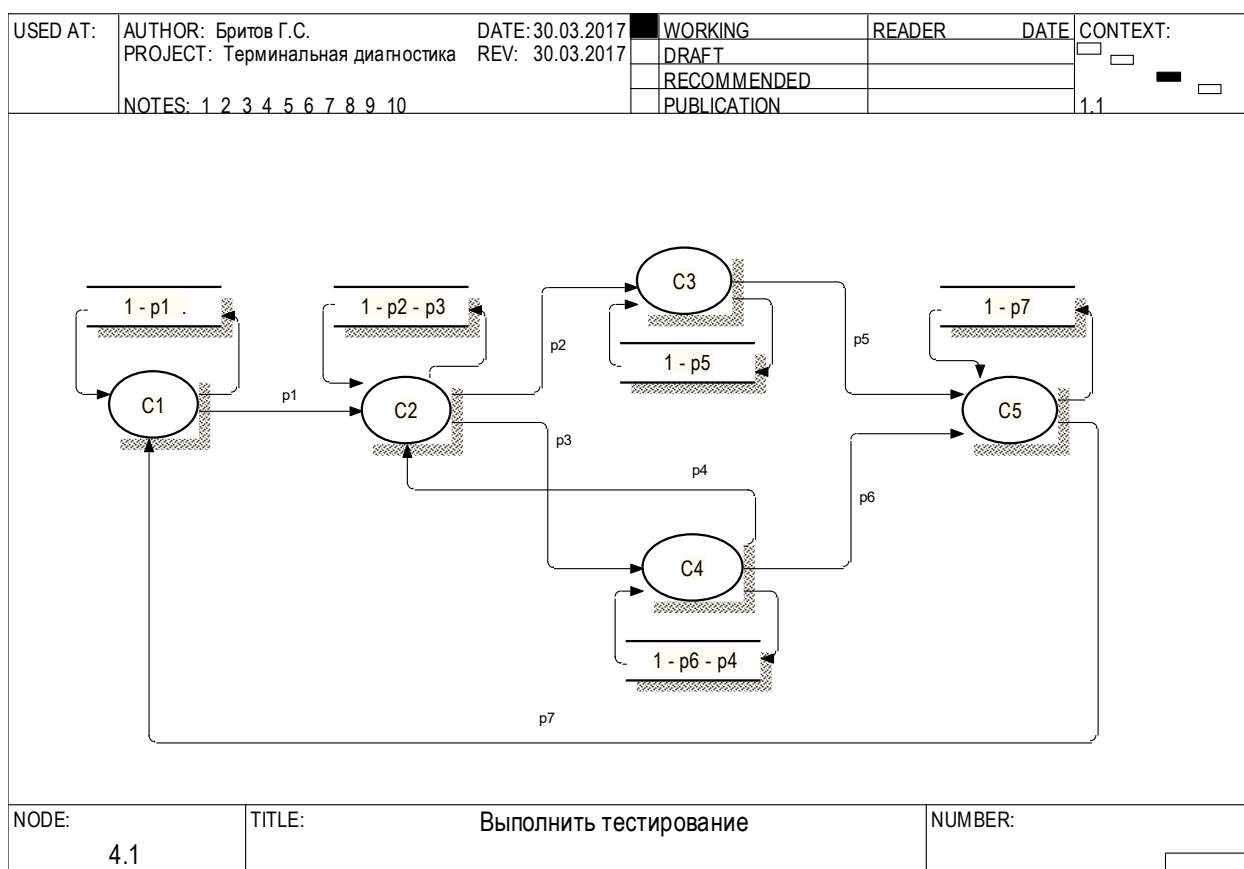


Рисунок 2 - OSTN-диаграмма процесса терминального диагностирования

Рассмотрим вероятностный анализ работы СТД, используя построенную OSTN-диаграмму.



Вероятностный анализ системы терминального диагностирования

Положим, рассмотренные выше события в СТД случайны. Это значит, что длительности выполнения операций сценария являются случайными числами. Будем считать, что они распределены по закону Пуассона. Тогда вероятность появления события E_i за время Δt определяется как $a_i \cdot \Delta t$. Здесь a_i - интенсивность выполнения операции, участвующей в событии E_i . Наоборот, вероятность отсутствия события E_i за время Δt будет $1 - a_i \cdot \Delta t$. Обычно принимают $\Delta t = 1$. Тогда время исследования состояний переходного процесса измеряется в единицах Δt . Значит, указанные на рис.2 переходы состояний процесса связаны с приведёнными переходными вероятностями, отмечающими соответствующий переход.

Учитывая сказанное, переходные вероятности будут следующими:

- $p_1 = a_1$ – вероятность перехода $C_1 \rightarrow C_2$
- $p_2 = a_2$ – вероятность перехода $C_2 \rightarrow C_3$
- $p_3 = a_3$ – вероятность перехода $C_2 \rightarrow C_4$
- $p_4 = a_4$ – вероятность перехода $C_4 \rightarrow C_2$
- $p_5 = a_5$ – вероятность перехода $C_3 \rightarrow C_5$
- $p_6 = a_6$ – вероятность перехода $C_4 \rightarrow C_5$
- $p_7 = a_7$ – вероятность перехода $C_5 \rightarrow C_1$

Обозначим через $P_i(t)$ – вероятность состояния C_i . Тогда можно построить рекуррентные уравнения марковского процесса перехода технологического процесса из одного состояния в другое.

Для процесса с пятью состояниями получим следующие рекуррентные уравнения:

$$\begin{aligned} P_1(t+1) &= (1-a_1) \cdot P_1(t) + a_7 \cdot P_7(t), \quad P_1(0) = 1 \\ P_2(t+1) &= a_1 \cdot P_1(t) + (1-a_2-a_3) \cdot P_2(t) + a_4 \cdot P_4(t), \quad P_2(0) = 0 \\ P_3(t+1) &= a_2 \cdot P_2(t) + (1-a_5) \cdot P_3(t), \quad P_3(0) = 0 \\ P_4(t+1) &= a_3 \cdot P_2(t) + (1-a_4-a_6) \cdot P_4(t), \quad P_4(0) = 0 \\ P_5(t+1) &= a_5 \cdot P_3(t) + a_6 \cdot P_4(t) + (1-a_7) \cdot P_7(t), \quad P_7(0) = 0 \end{aligned}$$

Начальные условия заданы из соображений здравого смысла: процесс должен начинаться с подготовки операций.

Матрица построенных рекуррентных уравнений имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1-a_1 & 0 & 0 & 0 & a_7 \\ a_1 & 1-a_2-a_3 & 0 & a_4 & 0 \\ 0 & a_2 & 1-a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & 0 & 1-a_4-a_6 & 0 \\ 0 & 0 & a_5 & a_6 & 1-a_7 \end{bmatrix}$$

Она является стохастической матрицей. Поэтому ее спектральный радиус равен 1. Следовательно, у марковского процесса существует стационарный режим. Расчет стационарных вероятностей можно выполнить с помощью математического пакета MatLab:



```
>> a=[0.9 0.8 0.2 0.7 0.8 0.2 0.6];
>> A=[1-a(1) 0 0 0 a(7);a(1) 1-a(2)-a(3) 0 p(4) 0;0 a(2) 1-a(5) 0 0;0 a(3) 0 1-a(4)-a(6) 0;0 0 a(5) a(6) 1-
a(7)]
A =
    0.1000         0         0         0    0.6000
    0.9000   -0.0000         0    0.7000         0
         0    0.8000    0.2000         0         0
         0    0.2000         0    0.1000         0
         0         0    0.8000    0.2000    0.4000
>> [V,D]=eig(A)
V =
    0.4234 + 0.0000i   -0.3366 + 0.0000i   0.0555 - 0.4611i   0.0555 + 0.4611i   -0.6007 + 0.0000i
    0.4513 + 0.0000i   0.6061 + 0.0000i   -0.4308 - 0.1320i   -0.4308 + 0.1320i   0.0226 + 0.0000i
    0.4513 + 0.0000i   -0.5513 + 0.0000i   -0.1375 + 0.4798i   -0.1375 - 0.4798i   -0.1918 + 0.0000i
    0.1003 + 0.0000i   -0.1555 + 0.0000i   -0.0502 + 0.1133i   -0.0502 - 0.1133i   0.7758 + 0.0000i
    0.6351 + 0.0000i   0.4374 + 0.0000i   0.5629 + 0.0000i   0.5629 + 0.0000i   -0.0058 + 0.0000i
D =
    1.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
    0.0000 + 0.0000i   -0.6795 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
    0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.1868 + 0.7221i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
    0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.1868 - 0.7221i   0.0000 + 0.0000i
    0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.1058 + 0.0000i
>> Pc=V(:,1)/sum(V(:,1))
Pc =
    0.2054
    0.2189
    0.2189
    0.0486
    0.3081
>> k=25;
>> P=kshi(A,k);
```

Интенсивности переходов задавались, исходя из здравого смысла. Стационарные вероятности марковского процесса P_c говорят о том, что начальное и конечные состояния процесса оказываются достаточно близкими друг другу.

Здесь же выполнено построение самого марковского процесса. Результат построения приведен на рис.3.

Хорошо видно, что стационарные значения расчета и на графике совпадают.

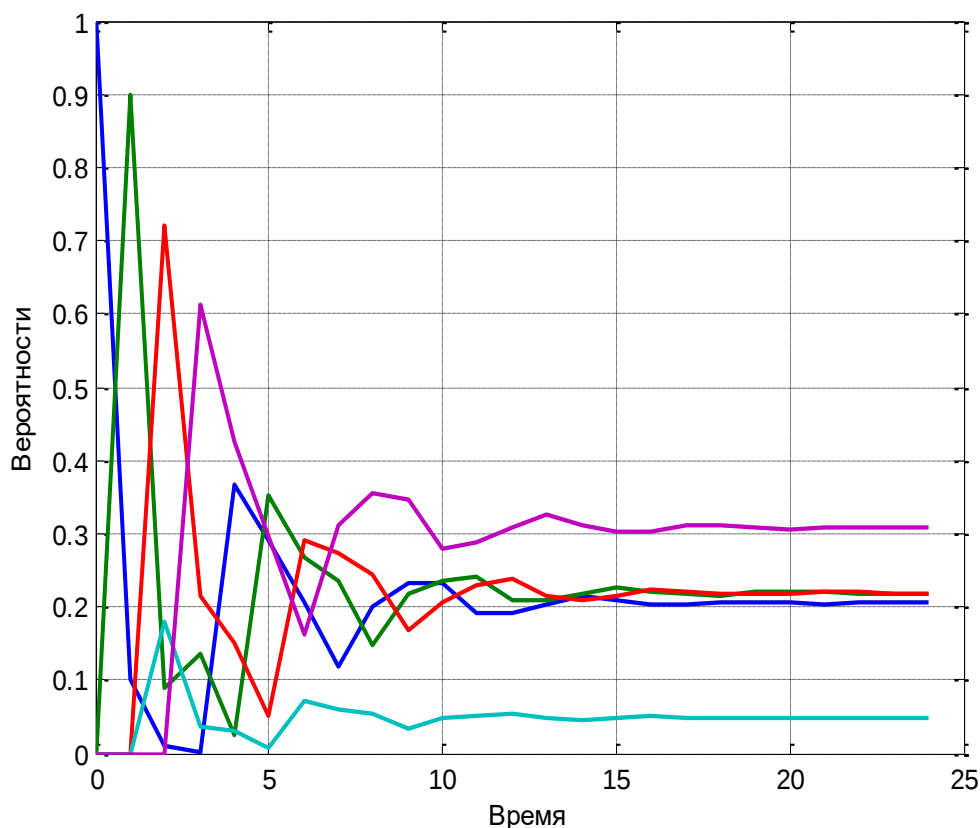


Рисунок 3 - Графики вероятностей марковского процесса

Заключение

Изложен подход к организации системного анализа тестового контроля линейных дискретных динамических систем, основанный на использовании модели системы для расчета терминального управления. Показано, что для рассматриваемых линейных динамических систем с известным описанием в пространстве состояний может быть построена тестовая система с рассчитанным терминальным управлением. Системный анализ прежде всего опирался на результаты теории абстрактных систем Месаровича. Приведено пятиместное отношение, описывающее взаимосвязи формальных объектов системы терминального диагностирования. Формальное описание ее дополнено диаграммами IDEF3-технологии. В результате получено наглядное и полное представление о процессе терминального диагностирования. Оно позволило выполнить вероятностный анализ на основе построенного марковского процесса.



Список использованных источников:

1. Бритов Г. С. Диагностирование динамических систем на основе терминального управления / Г. С. Бритов // Системный анализ и логистика. 2016. Выпуск 13. С. 3-12.
2. Месарович, М.Д. Основания общей теории систем / М.Д. Месарович // Общая теория систем. М.: Изд-во Мир. 1966. С. 15 – 40.
3. Бритов, Г. С. Метод формального описания PFDD-диаграмм IDEF3-технологии / Г. С. Бритов // Информационно-управляющие системы. 2014. № 2. С. 25–32.
4. Бритов, Г. С. Методы построения OSTN-диаграмм IDEF3-технологии / Г. С. Бритов // Системный анализ и логистика. 2014. Выпуск 11. С. 3–12.